



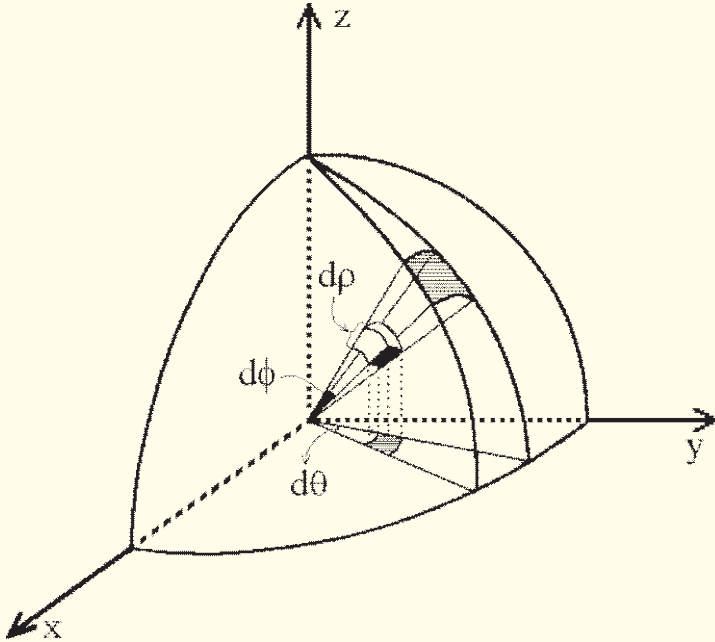
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ YAYINLARI NO: 203



MATEMATİK II

İKİNCİ CİLT

10. BASKI



Prof. Dr. A. Nihat BADEM

İZMİR - 2014

ÖNSÖZ

Fakültemizin ikinci yarısında okutulan Matematik II dersi için hazırlanan bu kitap, Analitik Geometri kitabının devamı niteliğinde olup, Analiz II düzeyindeki konuları içermektedir. Matematik II dersi, fakültemizin tüm bölümlerinde okutulduğu için baskısı tükenmiştir. Bu yüzden yeniden basılmadan önce, kitap baştan sona gözden geçirilmiş, önceki baskılarda gözden kaçan bazı hatalar düzeltilmiş, bazı kısımlara eklemeler yapılarak ve bazı kısımlar da çıkarılarak, bilgisayar ortamında yeniden düzenlenmiş olarak baskıya hazırlanmıştır.

Daha önceki ders notlarımdan derlediğim bu kitapta, konular, öğrencinin anlayabileceği şekilde, mümkün olduğu kadar sade bir dil ve yöntemle verilmeye çalışılmıştır. Konunun hemen ardından, konunun iyice öğrenilmesi ve açıklığa kavuşabilmesi için çözümlü örnekler verilmiştir. Ayrıca öğrencinin konuyu pekiştirmesi ve bilgiyi kendine mal edebilmesi için, bölümlerin sonuna pek çok çözülmemiş problem koyulmuştur.

Bu kitap, dört ana bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümü, çok değişkenli fonksiyonların tanıtılmasına ve çok değişkenli fonksiyonlarda limit ve sürekliliğe ayrılmıştır. İkinci bölümde, kısmi türevlere, üçüncü bölümde de kısmi türevlerin uygulamalarına yer verilmiştir. Son bölüm olan dördüncü bölümde ise, katlı integraller, eğrisel integral ve yüzey integralleri ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

Kitabın hazırlanışı sırasında, büyük bir titizlik ve özen göstermeme karşın, yine de gözden kaçan bazı hatalar olabileceği kanısındayım. Bu yüzden, uyarılarınız için, önceden teşekkür ederim.

Kitabın öğrencilerime yararlı olmasını diler, basımda emeği geçen herkese teşekkür ederim.

A. Nihat BADEM

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

1.1	İki Değişkenli Fonksiyonlar	3
1.2	Üç ve Daha Çok Değişkenli Fonksiyonlar	6
1.3	Limit	8
1.3.1	Tanımlar	8
1.3.2	Limitin Değerlendirilmesi	10
1.3.3	Limit Teoremleri	16
1.4	Süreklilik	17
	ALIŞTIRMALAR	20

2. BÖLÜM

KİSMİ TÜREVLER

2.1	Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Kısmi Türevler	27
2.2	Kısmi Türevin Geometrik Anlamı	30
2.3	Yüksek Mertebeden Kısmi Türevler	32
2.4	Tam Diferensiyel	40
2.4.1	Yüksek Mertebeden Tam Diferensiyel	47
2.5	Bileşik Fonksiyonların Türevleri	49
2.5.1	Bileşik Fonksiyonların Yüksek Mertebeden Türevleri	57
2.6	Kapalı Fonksiyonların türevleri	61
2.7	Fonksiyonel Determinant (Jakobiyen)	65
2.7.1	Fonksiyonel Determinant ile Kısmi Türev Hesabı	67
2.7.2	Jakobiyenlerin Özellikleri	73
2.8	Vektörel Fonksiyonlar	75
2.8.1	Tanım ve Ön Bilgiler, Vektörel Fonksiyonlarda Türev	75
2.8.2	$\vec{\nabla}$ (Nabla) Türev Operatörü	78
2.8.3	Bir Skaler Fonksiyonun Gradyant'ı	79
2.8.4	Bir Vektörel Fonksiyonun Diverjans'ı	80
2.8.5	Bir Vektörel Fonksiyonun Rotasyonel'i	81
2.8.6	Birleşik İşlemler	84
	ALIŞTIRMALAR	95

3. BÖLÜM

KISMİ TÜREVLERİN UYGULAMALARI

3.1	Yönlü Türev	109
3.2	İntegral İşareti Altında Türev	116
3.3	Tam Diferensiyel Yardımıyla Hata Hesapları	120
3.4	Bir Yüzeyin Teğet Düzlemi ve Normal Doğrusu	125
3.5	Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Taylor Formülü	131
3.6	Çok Değişkenli Fonksiyonlarda Ekstreum	137
3.7	Yan Koşullu Ekstreum	147
	ALİŞTIRMALAR	151

4. BÖLÜM

ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLARIN İNTEGRALLERİ

4.1	İki Katlı İntegraller	161
4.1.1	Giriş	161
4.1.2	İki Katlı İntegrallerin Özellikleri	162
4.1.3	İki Katlı İntegralin Geometrik ve Fiziksel Anlamları	163
4.1.4	İki Katlı İntegrallerin Değerlendirilmesi	164
4.1.5	İki Katlı İntegral ile Düzlemsel Alan Hesabı	171
4.1.6	İki Katlı İntegral ile Hacim Hesabı	174
4.2	Üç Katlı İntegral	179
4.2.1	Üç Katlı İntegralin Tanımı ve Değerlendirilmesi	179
4.2.2	Üç Katlı İntegralin Özellikleri	181
4.2.3	Üç Katlı İntegralin Geometrik ve Fiziksel Anlamları	181
4.2.4	Üç Katlı İntegral ile Hacim Hesabı	185
4.3	Katlı İntegrallerde Değişken Dönüşümü	191
4.3.1	Tanım ve Önbilgiler	191
4.3.2	Kutupsal Koordinatlar ve Kutupsal Koordinatlarla İki Katlı İntegralin Değerlendirilmesi	198
4.3.3	Silindirik Koordinatlar ve Silindirik Koordinatlarla Üç Katlı İntegralin Değerlendirilmesi	202
4.3.4	Küresel Koordinatlar ve Küresel Koordinatlarla Üç Katlı İntegralin Değerlendirilmesi	206
4.4	Eğrisel İntegral	212
4.4.1	Tanımlar ve Ön Bilgiler	212
4.4.2	Eğrisel İntegralin Özellikleri	215
4.4.3	Eğrisel İntegralin Geometrik ve Fiziksel Anlamları	216
4.4.4	Eğrisel İntegralin Değerlendirilmesi	216
4.4.5	Yoldan Bağımsız Eğrisel İntegral	222
4.5	Yüzey İntegralleri	231
4.5.1	Yüzey İntegralinin tanımı	231

4.5.2	Yüzey İntegrallerinin Değerlendirilmesi	234
4.5.3	Yüzey Alanları	237
4.6	Katlı İntegrallerin Dönüşümü Üzerine Teoremler	243
4.6.1	Green Teoremi	243
4.6.2	Diverjans Teoremi	249
4.6.3	Stokes' Teoremi	255
	ALİŞTIRMALAR	262
	KAYNAKLAR	275